Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 248

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 задания повышенного и высокого уровня сложности с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

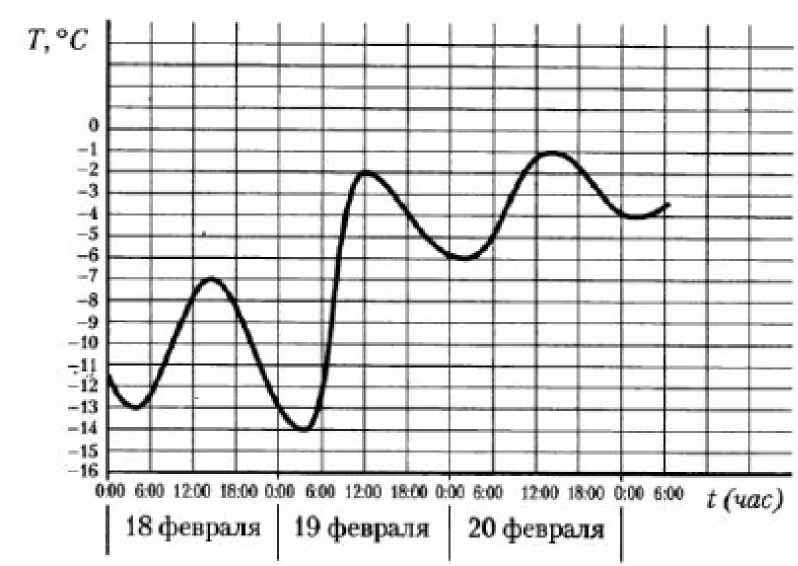
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

Часть 1

1. В доме, в котором живет Слава, 14 этажей и несколько подъездов. Во всех подъездах на каждом этаже находится по 6 квартир. Слава живет в квартире номер 322. Определите номер подъезда, в котором живет Слава.

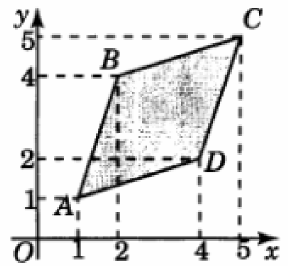
Ответ: ________________________.

2. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали – значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 18 февраля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: ________________________.

3. Найдите площадь ромба, вершины которого имеют координаты (1;1), (2;4), (5;5), (4;2)



Ответ: ________________________.

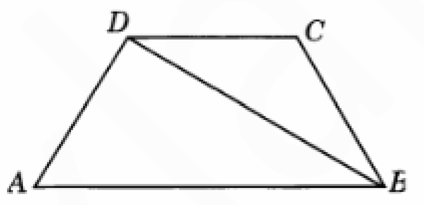
4. Квадратный лист бумаги со стороной 10 см разбивают на 100 квадратиков со стороной 1 см и среди этих квадратиков случайным образом выбирают один. Какова вероятность, что расстояние от одной из сторон выбранного квадратика до границы листа составит не более 3 см?

Ответ: ________________________.

5. Найдите корень уравнения $\sin\frac{\pi(x+9)}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$. В ответе напишите наименьший положительный корень.

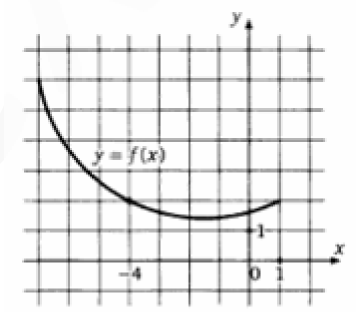
Ответ: ________________________.

6. Меньшее основание равнобедренной трапеции равно боковой стороне, а диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.



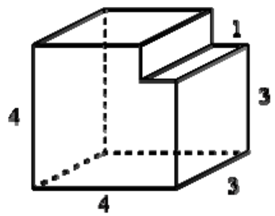
Ответ: ________________________.

7. На рисунке изображен график функции $f(x)$. Касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -4 проходит через начало координат. Найдите $f'(-4)$



Ответ: ________________________.

8. Найдите площадь поверхности многогранника, изображённого на рисунке (все двугранные углы — прямые).



Ответ: ________________________.

Часть 2

9. Найти значение выражения $\frac{\log_2^2 3}{\log_2 12}-\frac{\log_2 48\cdot\log_{12} 2}{\log_{48} 2}$

Ответ: ________________________.

10. При температуре 0^{0}С рельс имеет длину $l_0=10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону

$$l(t^0)=l_0(1+\alpha\cdot t^0)$$

где $\alpha=1{,}2\cdot10^{-5}(^0C)^{-1}$ - коэффициент теплового расширения, t^0 - температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: ________________________.

11. Лида спустилась по движущемуся эскалатору за 24 секунды. По неподвижному эскалатору с той же скоростью относительно него она спустится 42 секунды. За сколько секунд она спустится, стоя на ступеньках движущегося эскалатора?

Ответ: ________________________.

12. Найдите наименьшее значение выражения

$$z=\sqrt{(2x-1)^2+(3y-1)^2}+\sqrt{(2x-3y)^2+9y^2}$$

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $\sin^2 2x + \sin^2 4x = 1 - \dfrac{\cos 2x}{\cos 3x}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\dfrac{\pi}{3}; \pi\right]$

14. Основание прямой призмы KLMNK'L'M'N' – ромб KLMN с углом 60^0 при вершине K. Точки E и F – середины ребер LL' и LM призмы. Ребро SA правильной четырехугольной пирамиды SABCD (S – вершина) лежит на прямой LN, вершины D и B – на прямых MM' и EF соответственно. Известно, что SA=2AB.

А) Докажите, что точка B лежит на прямой MM'

Б) Найти отношение объемов призмы и пирамиды.

15. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{3}} \log_2 \dfrac{x^2 - |x| - 12}{x+3} > 0$

16. Продолжения медиан AM и BK треугольника ABC пересекают описанную около него окружность в точках E и F соответственно, причем AE:AM=2:1, BF:BK=3:2.

А) Докажите, что AB||CE

Б) Найти углы треугольника ABC.

17. На каждом из двух комбинатов работает по 1800 человек. На первом комбинате один рабочий изготавливает за смену 1 деталь A или 2 детали B. На втором комбинате для изготовления t деталей (и A, и B) требуется t^2 человеко-смен.

Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, из которых собирают изделие, для изготовления которого нужна или 1 деталь A, или 1 деталь B. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

18. Найдите все значения параметра *a*, при которых уравнение

$$a^2\left|a + \frac{x}{a^2}\right| + |1 + x| = 1 - a^3$$

имеет не менее четырех различных решений, являющихся целыми числами?

19. При изучении темы «Среднее арифметическое» в классе из 34 учащихся раздали синие и красные карточки, при этом каждый из учеников получил хотя бы одну карточку, но не более одной каждого цвета. На каждой карточке написано одно целое число от 0 до 20 (на различных карточках могут быть записаны одинаковые числа). Среднее арифметическое по всем розданным карточкам оказалось равным 15 по каждому цвету в отдельности. Затем каждый ученик назвал наибольшее из чисел на своих карточках (если ему досталась одна карточка, то он назвал число, написанное на этой карточке). Среднее арифметическое всех названных чисел оказалось равно S.

а) Приведите пример, когда $S < 15$

б) Могло ли S быть равным 9?

в) Найдите наименьшее значение S, если по две карточки получили 17 учеников.